解難之趣

屯門區小學數學比賽專題特刊

第十七屆 **二零零七年四月二十一日**

數字問題

數字問題是一種有關數字和運算符號排列的數學問題，是數學競賽裡較機智和有趣的題目。數字問題大致可分為三大類：①填運算符號，②填數字，③數陣圖。

填運算符號

這類題目要求在一串數字中填上適當的運算符號，使得數式成立。由於沒有限制填入運算符號的種類和擺放的位置，故此，克服這類題目的關鍵就是在於決定運算符號的種類和位置。試看以下例題：

例一：加上運算符號使以下算式成立

1 2 3 4 5 6 7 8 9 = 100。

解答： 由於運算符號的位置不定，我們可從幾方面著手去把這些數字湊成 100。

比如說，用 123 開頭，再加加減減湊成 100；

即　$123 - 45 - 67 + 89 = 100$

或　$123 + 45 - 67 + 8 - 9 = 100$

或者把最後的 8 和 9 乘起來得 72，再把前邊的數加起來湊成 100。

即　$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 \times 9 = 100$。

例二：加上運算符號（包括括號）使下式成立。

8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 8 = 1990

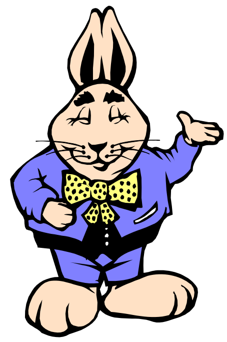
解答： 這題數的重點在於怎樣湊出 1000。即

$8888 \div 8 + 888 - (888 \div 888 + 8) = 1990$

或　$8888 \div 8 + 888 - (88 \div 88 + 8 - 8 + 8) = 1990$

或　$8888 \div 8 + 888 - (88 \div 8 - 8 \div 8 - 8 \div 8) = 1990$

這裡 3 條算式都是先用 $8888 \div 8 + 888$ 湊出 1999，再用括號內的數式做出 9，最後把 9 減去，湊成 1990。當然，還有許多方法可以湊出答案的！同學不妨試試。



（本題解答由 2B(95)班吳世昌同學提供）

解決「運算符號」題，要注意數字情況與得數的特點，採用逆推和湊數相結合的方法解決。有時問題得數容易湊成，解法很多，有的思路較窄，解法很少。

填數字

解這種題的要訣，需要仔細觀察數字的特點，分析數字間的關係，進行推理、試算等，有的需要找出填寫數字的突破口，逐步把問題解決。

例三：填出下面加法數式中用子母表示的數字（不同字母代表不同數字）。

$$\begin{array}{rccccc} & F & O & R & T & Y \\ & & & T & E & N \\ + & & & T & E & N \\ \hline & S & I & X & T & Y \end{array}$$

解答：以上共有 10 個不同的英文字母，所以每個字母就代表 0 至 9 等 10 個數字。

初步觀察：

第一列 Y + 2N = Y；

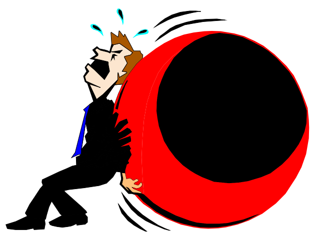
第二列 T + 2E = T。

可見第一列沒有向第二列進位，因此可以確定 N = 0。而第二列 E 只能是 5。這樣第二列向第三列進 1。現在假設 O 是 9，因爲 O、I 不同，顯示第三列會向第四列進位，而第四列也向第五列進 1。若果 O 是 8，那麼第三列進 1 後只能得 9，不能向第五列進 1；若果第三列進 2 得 10，那麼 I 代表 0，但 N 已知是 0，亦不可能。所以 O 是 9，I 是 1。至此，我們得出右式：

$$\begin{array}{rccccc} & 第 & 第 & 第 & 第 & 第 \\ & 五 & 四 & 三 & 二 & 一 \\ & 列 & 列 & 列 & 列 & 列 \\ \hline & F & 9 & R & T & Y \\ & & & T & 5 & 0 \\ + & & & T & 5 & 0 \\ \hline & S & 1 & X & T & Y \end{array}$$

因爲第三列要進 2 至第四列，所以 T 和 R 一個是 7 的話，另一個就一定是 8。經過驗算會發現 T 是 8，R 是 7，這樣 X 是 4，還餘下 2、3、6，必然 F 是 2，S 是 3，Y 只能是 6 了。所以我們有

$$\begin{array}{rccccc} & 2 & 9 & 7 & 8 & 6 \\ & & & 8 & 5 & 0 \\ + & & & 8 & 5 & 0 \\ \hline & 3 & 1 & 4 & 8 & 6 \end{array}$$



（**本題解答由** 2C(94)**班梁美紅同學提供**）

這題目最先由數學教師艾倫韋恩(Alan Wayne)在 1947 年發表在 8-9 月的《美國數學月刊》(American Mathematical Monthly)上。

從上述例子可以知道，要對付這種文字題，能否突破缺口是解題的關鍵。讓我們再看一個更精彩的例子。

例四：下面算式中的「偶」字可取 0、2、4、6、8 **的某個值，「奇」字可取** 1、3、5、7、9 **中的某個值。問當奇偶取何值時會使下式成立？**

偶奇偶

奇奇 6) 偶偶奇奇偶

偶奇偶

奇奇奇

奇偶偶

偶奇偶

偶奇偶

0

解答： 由於這個算式是除法直式，所以應選擇商數和除數作為解題的突破點。

為方便敘述，我們把算式中一些關鍵性位置用字母表示，設商數為 abc，除數為 $xy6$ 等，如下面的算式：

$a\ b\ c$

$x\ y\ 6$) 偶偶奇奇偶 ……第一行

$d\ e\ f$ ……第二行

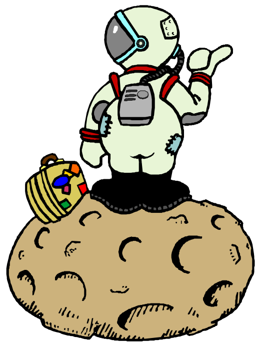
奇 $g\ h$ ……第三行

$i\ j\ k$ ……第四行

偶奇偶 ……第五行

偶奇偶 ……第六行

0



這個算式裡有下面的數量關係：

$xy6$ (奇奇 6) × $a = def$ (偶奇偶) ……………………(1)

$xy6$ (奇奇 6) × $b = ijk$ (奇偶偶) ……………………(2)

$xy6$ (奇奇 6) × $c =$ 偶奇偶 ……………………(3)

首先，由(1)式可以知道 $a \neq 1$。而且 $a \neq 9$，否則，若 $a = 9$，就算取 $xy6 = 116$，仍會有 $116 \times 9 = 1044$，不可能。

同理，得知 $b \neq 1$ 和 $b \neq 9$。又因為 $dbf \neq ijk$，所以 $a \neq b$。

現在假設 $a = 2$。（ **a 取較少值對往後計算有利！**）

因為 $a = 2$（假設），所以 $x < 5$。現在不妨先取 $xy6$(奇奇 6)為 116、136、316、336 等幾個數（這幾個數都是符合上述條件的）。

則我們有

$116 \times 2 = 232$　　　（偶奇偶）......................(4)

$136 \times 2 = 272$

$316 \times 2 = 632$

$336 \times 2 = 672$

現在我們再用上述 4 個數字去估計 b 的值。因為 $b \neq 1$，不妨取 $b = 3$（**仍是一句，b 取較少值對往後計算有利**）。則我們有

$116 \times 3 = 348$　　　（奇偶偶）

$136 \times 3 = 408$　　　（不合上述條件）

$316 \times 3 = 948$　　　（奇偶偶）

$336 \times 3 = 1008$　　　（不合條件）

現在我們只須要考慮 116 和 316 能否符合算式的其他條件。

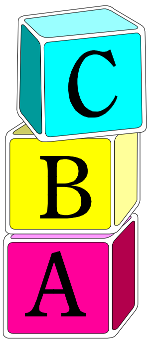
因為 $xy6$ (奇奇 6) $\times$ c = 偶奇偶，這「偶奇偶」與(4)相同，我們索性再假設 $c = 2$，現在我們有

```
            2 3 2
x y 6 ) 6 偶 奇 奇 偶
        6 3 2
          9 奇 奇
          9 4 8
            6 3 2
            6 3 2
                0
```

除了偶 = 2 外，其他數字與 3 相減後均不能得到 9。但若偶 = 2，則第一個數字是 7，不可能。

無論奇代甚麼數字，與 4 相減後均不能得到 6。

或

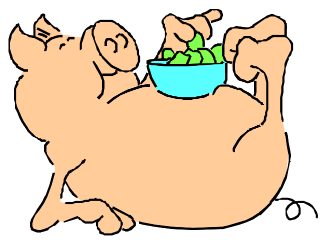


```
            2 3 2
1 1 6 ) 2 6 9 1 2
        2 3 2
          3 7 1
          3 4 8
            2 3 2
            2 3 2
                0
```

這樣，我們就可以得出正確的算式（答案不止一個）。

（**本題解答由 2C(94)班梁美紅同學提供**）

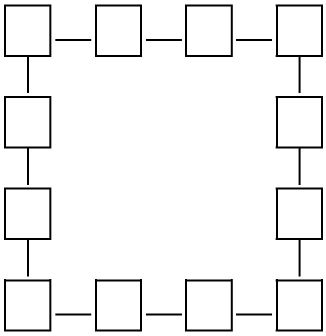
上題解答並非正確的推理方法（正確的方法太過冗長！），只是用「屢敗屢戰」的方法去嘗試得出算式。不過，由於商數沒有限制，從一些特別情況去考慮，亦不失為一個好方法。

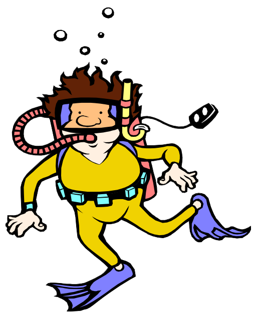


數陣圖

數陣圖是一種有趣的填數字遊戲。我們會向同學介紹三種數陣圖：封閉型數陣圖、輻射型數陣圖和複合型數陣圖。讓我們先看看封閉型的例子：

例五：將 1 **至** 12 **這十二個數填入□內，使下圖中四條邊上□內的數的和相等。**





解答：要解這條數，先要計算一下每條邊的數字的和是多少，再把這些數字調配一下，就可以得出正確的答案了。現在我們去執行上述步驟：

①因為　1 + 2 + ... + 12 = 78

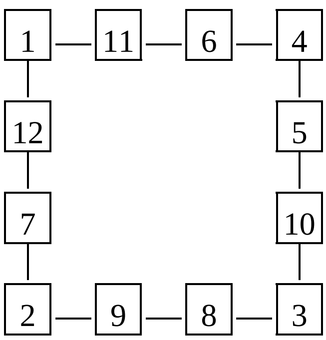
78 ÷ 4 = 19　...... 2

所以每條邊上四個數的和應該是 19 再加些數。

②每個角上填的數的和加上餘數 2 之後，應是 4 的倍數。經驗算後，只有 1 + 2 + 3 + 4 = 10、5 + 6 + 7 + 8 = 26、9 + 10 + 11 + 12 = 42，符合要求。

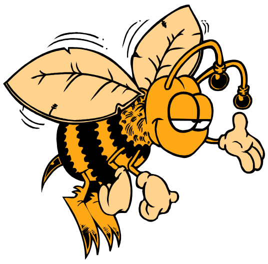
③現在四個角上分別填上 1、2、3、4，每條邊上四個數的和為 19+增加的數（就是 1 + 2 + 3 + 4 + 2 = 12，12 ÷ 4 = 3），19 + 3 = 22（每條邊上四個數的和）。

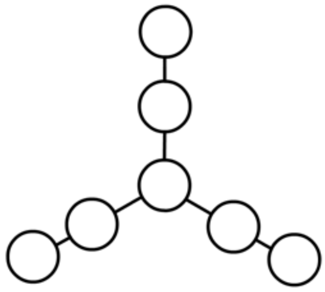
④具體填數，適當調配（如下）。另二解，每條邊上四個數的和分別為 19 + 7 = 26、19 + 11 = 30。同學自己動手構作答案！



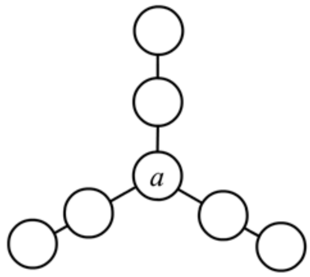
現在讓我們看看輻射型數陣圖的例題。

例六：把 1 至 7 這七個數分別填入下圖的○內，使每條線段上三個○內的數的和相等。





解答： 首先，我們會發覺在計算每條線段上三個數的和的過程中，都要用到中心數。而且，在上一例題知道，解數陣題必須知道每條線段上三個數的和。所以確定中心數和每條線段上三個數的和是解題的關鍵。為此我們假設中心數為 a，每條線段上三個數的和為 k。我們有以下關係式：



$$3k = (1+2+3+4+5+6+7) + 2a$$

即　$3k = 2a + 28$

於是得 $k = \dfrac{28+2a}{3}$　......... (*)

下面我們將利用(*)去求出 k 之值。

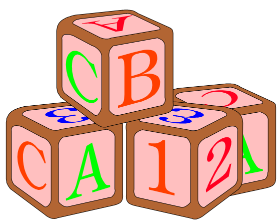
由於 k 是整數，因此 $\dfrac{28+2a}{3}$ 必是整數；也就是說 $\dfrac{28+2a}{3}$ 餘數是 0。

當 $a=1$，$\dfrac{28+2a}{3}$　商 10 餘 0，可以；

當 $a=2$，$\dfrac{28+2a}{3}$　商 10 餘 2，不行；

當 $a=3$，$\dfrac{28+2a}{3}$　商 11 餘 1，不行；

當 $a=4$，$\dfrac{28+2a}{3}$　商 12 餘 0，可以；

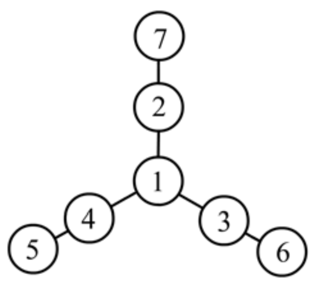


當 $a=5$，$\dfrac{28+2a}{3}$　商 12 餘 2，不行；

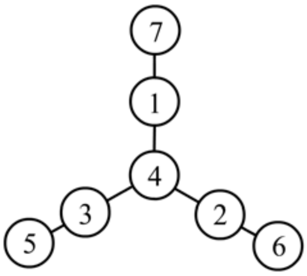
當 $a=6$，$\dfrac{28+2a}{3}$　商 13 餘 1，不行；

當 $a=7$，$\dfrac{28+2a}{3}$　商 14 餘 0，可以；

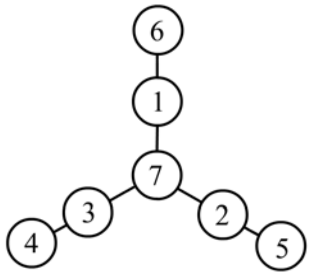
如果以 1 為中心，數陣圖每條線段上三個○內數的和就是 10。我們把 1 填在中心，然後把其餘的六個數，兩個兩個的組合在一起，使它們的和為 9，即(2,7)、(3,6)和(4,5)，把每組內的兩個數填入圖中的每一條線段，得如右圖的基本解。



當 $a=4$，$k=12$，得第二個解：

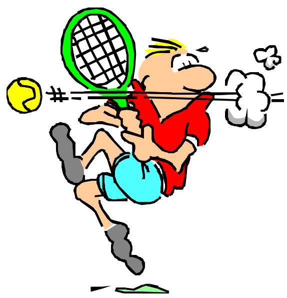


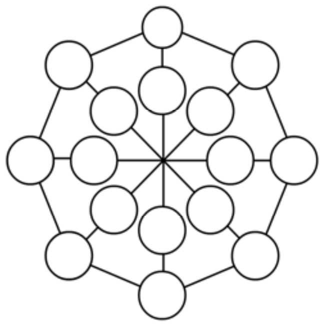
當 $a=7$，$k=14$，得第三個解：



最後要為同學介紹的數陣圖叫做複合型數陣圖，它既有封閉型的要求，又有輻射型的要求，難度也比前兩種數陣圖為高。不過，既然它有著前兩種數陣圖的特徵，因此以前的解題方法仍然適用。讓我們看看以下例題。

例七：將 1 至 16 這十六個數分別塡入下圖的○內，使每條線段上四個○內數的和相等，兩個八邊形八個頂點上○內數的和也相等。





解答： 由於要求兩個八邊形八個頂點上○內數的和相等，所以每個八邊形八個頂點上○內數的和應該是

$$(1+2+3+...+16)\div 2 = 136\div 2$$
$$= 68$$

由於每條線段上四個○內數的和相等，所以每條線段上四個○內數的和應該是

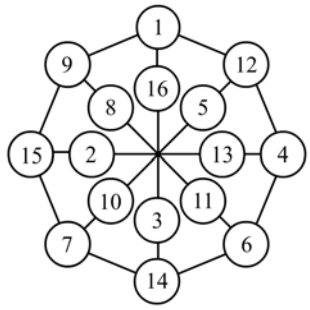
$$(1+2+3+...+16)\div 4 = 136\div 4$$
$$= 34$$

由於每條線段上四個數的和(34)是個偶數，所以每條線段上的四個數中奇數的個數一定是雙數；同樣地，每個八邊形的八個頂點上的數的和也是偶數，所以這八個頂點上奇數的個數一定是雙數。

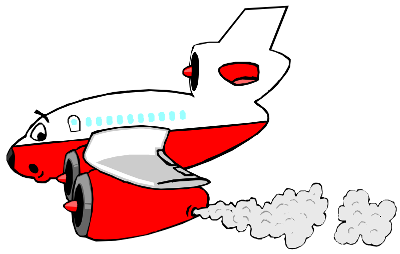
每條線段上四個數的和的一半是 $34\div 2=17$，這就是說，一個奇數與一個偶數一定要組成 17。配搭的方法有以下幾種情況：

(1,16), (2,15), (3,14), (4,13), (5,12), (6,11), (7,10), (8,9)

根據上面的分析，我們採用試驗的方法，得到如右解答(解答不只一個）。



習題



1. 加上運算符號（包括括號）使下列各式成立。

(a) 5 5 5 5 5 5 5 = 1
5 5 5 5 5 5 5 = 2
5 5 5 5 5 5 5 = 3
5 5 5 5 5 5 5 = 4
5 5 5 5 5 5 5 = 5
5 5 5 5 5 5 5 = 6
5 5 5 5 5 5 5 = 7
5 5 5 5 5 5 5 = 8
5 5 5 5 5 5 5 = 9
5 5 5 5 5 5 5 = 10

(b) 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 2 = 1992

2. 下列題中不同的字母代表不同的數字，相同的字母代表相同的數字，問它們各代表甚麼數字時，算式成立？

```
   S E V E N
   S E V E N
+      S I X
-------------
 T W E N T Y
```

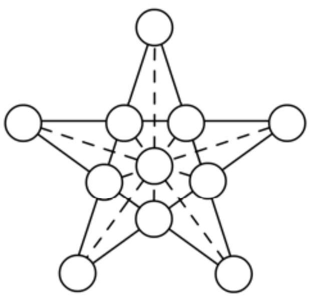
3. 下式的「偶」字可取 0、2、4、6、8 中的某個值，「奇」字可取 1、3、5、7、9 中的某個值。當奇偶取甚麼值時，這個算式成立？

```
       偶偶奇
×        奇奇
-------------
      偶奇奇
     偶奇偶奇
-------------
    奇奇奇奇奇
```

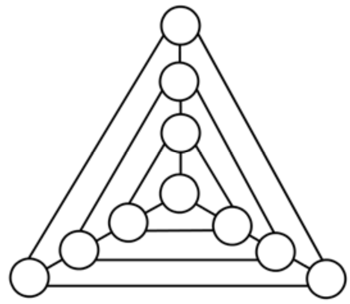
4. 把 1 至 9 這九個數字分別填入下面空格內，使等式成立(每個空格只許填一個數字)。

□ □ × □ □ □ = □ □ □ □

5. 把 1 至 11 這十一個數分別填在下圖五邊形的○內，使得每條邊虛線上三個數的和是相等。



6. 將 1 至 10 這十個數分別填入下圖中的十個○內，使每條線段上四個○內數的和相等，每個三角形三個頂點上○內數的和也相等。



解答

1. (a) $(5+5+5+5+5)\div(5\times5)=1$

$5-5\div5-5\div5-5\div5=2$

$5-5\div5-5\div5+5-5=3$

$5-5\div5+5-5+5-5=4$

$5+5+5+5-5-5-5=5$

$5+5-5+5-5+5\div5=6$

$5+5-5+5\div5+5\div5=7$

$5+5\div5+5\div5+5\div5=8$

$(5+5)\div5+(5+5)\div5+5=9$

$(5\div5+5\div5)\times5+5-5=10$

(b) $2222-(222+2\times2\times2)+222-222=1992$

解答不止一個，同學不妨自己動手一試！

2. 這題數的「缺口」在於 S 和 E 的選擇。
首先，T 只能是 1。S 只可能是 6 或以上的數字，否則第五列兩個 S 相加後將無法進位。；若果 S 是 5，則第五列相加後，再加上第四列的進位，會使 T 和 W 都是 1，不可能。而且，由第四列：E + E + 進位 = E + 10，可以知道，E 只能是 8 或 9。決定了上述字母代表甚麼數字後，其他字母就會很容易決定。

	第六列	第五列	第四列	第三列	第二列	第一列
		S	E	V	E	N
		S	E	V	E	N
+				S	I	X
	T	W	E	N	T	Y

$$\begin{array}{r} 6\ 8\ 7\ 8\ 2\\ 6\ 8\ 7\ 8\ 2\\ +\qquad 6\ 5\ 0\\ \hline 1\ 3\ 8\ 2\ 1\ 4\end{array}$$

3. 爲敍述方便，設乘數和被乘數分別爲 $\overline{uv}$ 、$\overline{abc}$ 。
根據 $\overline{abc}\times u$ ＝ 偶奇奇，可以看出 $u\neq 1$（若果 u＝1，則 $\overline{abc}\times u$ ＝ 偶偶奇），且 $u\leq 3$（因爲 a 爲偶數，最小的偶數是 2，若果 $u\geq 5$，則 $\overline{2bc}\times 5$ 會是個 4 位數），此時 a 只能是 2（又是進位問題）。
現在 $\overline{2bc}\times 3$ ＝ 偶奇奇，則 $c\times 3>10$，c 可以是 5、7、9。但 $b\times 3$ 加上進位後是奇數，則由 $c\times 3$ 進位得來的數值只可能是 1，那麼 c 只可能是 5 了。
這時，如下圖所示，因爲 2×3 ＝ 偶，所以由 $b\times 3$ 進位得來的數值只可能是 0 或 2，則 b 只可能是 2 或 8。

$$\begin{array}{r} 2\ b\ 5\\ \times\qquad 3\ v\\ \hline \text{偶奇}\ 5\\ +\quad \text{偶奇偶奇}\\ \hline \text{奇奇奇奇奇}\end{array} \qquad \begin{array}{r} 2\ 8\ 5\\ \times\qquad 3\ 9\\ \hline 8\ 5\ 5\\ +\quad 2\ 5\ 6\ 5\\ \hline 1\ 1\ 1\ 1\ 5\end{array}$$

根據 $\overline{2b5}\times v$ ＝ 偶奇偶奇，v 可能是 5、7、9。若果 $v=5$，則 $\overline{2b5}\times 5$ ＝ 奇□偶 5，不合題意。若果 $v=7$，則 5×7 會進位 3，但 $b\times 7$ 必定是偶數，再加上進位得來的 3 後會是奇數，則 $\overline{2b5}\times 7$ ＝ □□奇 5，不合題意。若 $v=9$，則 $\overline{2b5}\times 9$ ＝ □□偶 5。當確定了 $v=9$ 後，若果 $b=2$，則 225×9 ＝2025（偶偶偶奇），不合題意。若果 b＝8，則 285×9 ＝2565（偶奇偶奇），切合題意。答案如上：

4. 爲方便敘述，我們先將算式以文字作記：$ab\times cde=$□□□f 。這裡，$b\times e$ 有許多可能：$2\times 3=6$ 、$2\times 4=8\cdots$、$8\times 7=56$ 、$8\times 9=72$ 等等。
明顯地 b、e、f 應取較大數字，否則消耗太多較小數字，剩下的數字續塡下去，積無法維持四位數。
在考慮 $b\times e$ 的各個組合前，我們大膽地多作一個假設：a、c 取值不可能超過 4；否則剩下的數字塡下去的話，又會進位。我們嘗試取 $b\times e$ ＝ 8×9，則 a、c 只能是 1、3、4，逐一考慮以下情況：

$18\times 3d9=$□□□2	$38\times 1d9=$□□□2	$18\times 4d9=$□□□2	$48\times 1d9=$□□□2
$19\times 3d8=$□□□2	$39\times 1d8=$□□□2	$19\times 4d8=$□□□2	$49\times 1d8=$□□□2

現在只差一點東西——運氣！要是運氣好的話，可以省卻一點氣力，要不然，只要堅持到底，仍會得到解答：$48\times159=7632$（共有七組解答，同學自己動動手，找出餘下的解答！）。

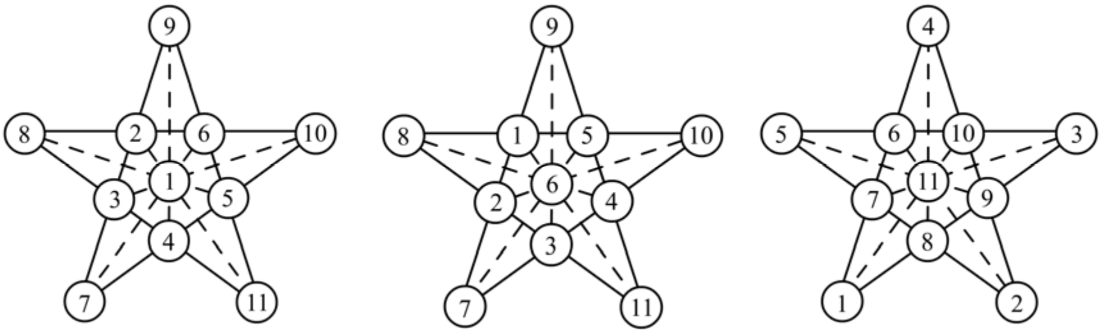
5. 設中心數爲 a，虛線上三數的和爲 k，我們有下列數式：

$$5k = (1 + 2 + 3 + \dots + 11) + 4a$$

即 $k = \dfrac{66+4a}{5}$ …… (*)

除了 $a = 1, 6, 11$ 外，k 均非整數，故只有三個可能（解答不止一個）。

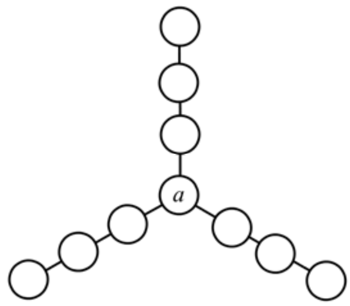
$a = 1$，$k = 14$　　　$a = 6$，$k = 18$　　　$a = 11$，$k = 22$



6. 我們先考慮右圖情況。設中心數爲 a，每條線段上四個數的和爲 k，則我們有下式：

$$3k = (1 + 2 + 3 + \dots + 10) + 2a$$

即 $k = \dfrac{55+2a}{3}$ ……(*)



當 $a = 2, 3, 5, 6, 8, 9$，k 均非整數，不合題意。

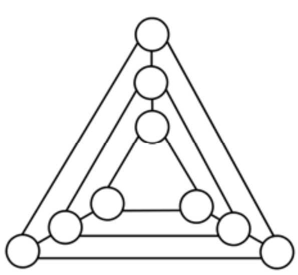
當 $a = 1$，$k = \dfrac{55+2a}{3} = 19$；

當 $a = 4$，$k = \dfrac{55+2a}{3} = 21$；

當 $a = 7$，$k = \dfrac{55+2a}{3} = 23$；

當 $a = 10$，$k = \dfrac{55+2a}{3} = 25$；

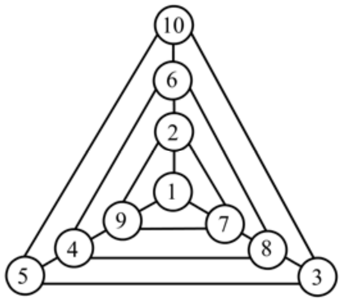
當 $a = 1$，餘下九個數的和爲 54。考慮下圖情況，其實它等同於一個 3 階幻方，直、橫、斜三個數的和爲 18，即



3	8	7
10	6	2
5	4	9

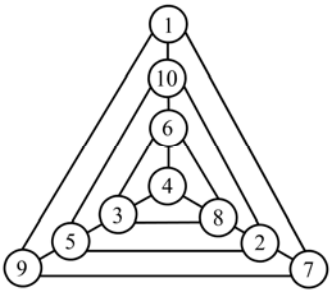
只須把幻方的直行的三個數填入上圖的同一層裡，對應的橫行就填入上圖相同的線段內，就可以得到其中一個解答（共有 6 組不同解答）。

如右圖

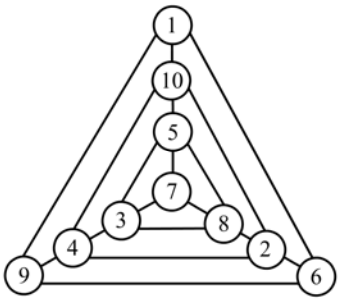


如此推類，當 a = 4, 7, 10 時，得以下三組基本解答：

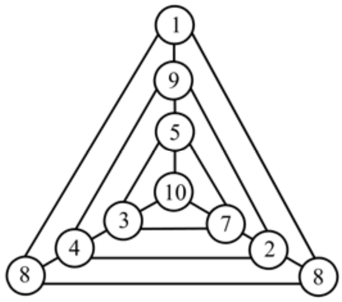
a = 4



a = 7



a = 10



文字數學

據數學娛樂大師亨特(J.A.H. Hunter)的考證，字謎或字母算術(letter arithmetic)最早在一千年前的印度和中國就出現過，然後才傳入歐洲。基本而言，數式可以是「加」、「減」「乘」、「除」，只是不同的數字被不同的字母代表，構成既有趣又富挑戰性的智力遊戲。

1931 年，梵吹夸特(M. Vatriquant)在著名的娛樂數學雜誌《斯芬克斯[1]》中，稱這類數字謎題爲「隱算術」(cryptarithm)。不過，這名字並沒令讓人們注意到這類問題。

1955 年，一個機緣巧合的情況下，亨特被一位記者問及應該怎樣去描述一個字母數學的問題，以便更多地刊登這類有特色的問題。亨特錯有錯著地創造了一個比隱算術更具吸引力的新名詞：「文字數學」(alphametic)，令原本可能枯橾乏味的梵吹夸特謎題，以一種更令人喜愛的形式出現：

(1)

$$\begin{array}{cccc} & A & B & C \\ & & D & E \\ \hline & F & E & C \\ D & E & C & \\ \hline H & G & B & C \end{array} \qquad \begin{array}{cccc} & B & U & T \\ & & W & E \\ \hline & G & E & T \\ W & E & T & \\ \hline L & O & U & T \end{array}$$

But we get wet, lout.
意思是：但我們弄濕了，蠢材！

爲免影響數式的美感，這裡的「×」號被隱去了！

這種「語帶相關」的文字數學廣受讀者的愛戴！變得風靡一時的玩意。

印度數學家喀普爾(J. N. Kapur)的 8 卷文集《Fascinating World of Mathematical Sciences》(1989)中，就刊有一個趣味盎然的謎題：

USA + USSR = PEACE

在冷戰時期，美國和蘇聯一直以核武器相互威嚇對方，那時世界的和平，果真是掌握在兩個大國的手上！

這題目的解法也很巧妙。首先，3 位數加 4 位數得出一個 5 位數，那麼 USSR 一定是個 9000 多的數，於是 USA 自然是一個 900 多的數，那麼 P 必然是 1，E 必然是 0。這時，我們有左式：

$$\begin{array}{cccccc} & & 9 & S & S & R \\ + & & & 9 & S & A \\ \hline & 1 & 0 & A & C & 0 \end{array} \qquad \begin{array}{cccccc} & & 9 & 3 & 3 & 8 \\ + & & & 9 & 3 & 2 \\ \hline & 1 & 0 & 2 & 7 & 0 \end{array}$$

[1] 該雜誌的英文名稱爲Sphinx，原指埃及神話裡的帶翼獅身女怪，傳說她常常叫過路的行人猜謎語，猜不到出者即遭殺害。

明顯$A+R=10$，但 1 和 9 已被用去，所以 A 和 R 只能是 4、6；3、7；2、8 的組合。由$S+9=A$可知，S 比 A 大 1。現在我們對 A 從小至大取值，若$A=2$，則$R=8$，$S=3$，這樣 C 會是 7，得右上式。同學們不妨嘗試其他數值，會發覺均不可能，所以答案只有上式。

下面有一些由淺入深的例子。當然，沒有解文字數學或隱算術的一般方法；只有興趣、耐性和一些技巧而矣。通常我們會對某一字母的可能性構作一個可能性的表列，然後列出其他字母的一個或幾個的可能對應值，在此一過程中，某些字母代表的數值會因爲重複或其他原因而被捨去，最終在不斷的努力中求得可能的解。

(2)
```
    L O S E
+   S E A L
-----------
  S A L E S
```

(3)
```
       D O
     ------
D O | F L Y
      I F
      ---
      D R Y
      D R Y
      -----
```

(4)
```
    S E T
+   N E T
---------
    U S E
×       A
---------
  L U R E
```

(5)
```
    T R I E D
+ D R I V E
-------------
    R I V E T
```

(6)
```
    F U N
×     I N
---------
    * * *
  * * *
---------
  F A C T
```

(7)
```
        T H E
    S E V E N
+   S E V E N
-------------
  T E A S E R
```

(8)
```
            I T
        -------
  I S | T H A T
        T R Y
        -----
          ? ? ?
          ? ? ?
          -----
```

(9)
```
                A R T
          -----------
  E V E | T R U S T S
          * * * *
          -------
                * * *
                * * *
                -----
```

左下題是一條很有趣的問題；除非特別指明，否則題目沒有列明混算符號的情況下都會是「加」數，但這題目到底是「加」定「減」呢？同學們請細心地分析吧！

(10)

```
   P O S H
   C H O P
  ---------
   S H O P
```

(11)

```
          N O
      ---------
L A D | T O O K
        K I T
      ---------
          * * *
          * * *
        -------
```

(12)

```
            I T
        ---------
C A N | M A R L
        C A N
        ---------
        S A I L
        * * * *
```

(13)

```
          X M A S
          M A I L
+       E A R L Y
-----------------
    P L E A S E
```

(14)

```
      S E N D
+     M O R E
  -----------
    M O N E Y
```

上式是一條家傳戶曉的文字數學題，它那語帶相關的趣味，常令讀者忍俊不禁，卻又趣味盎然。

(15)

```
    T H R E E
    T H R E E
+       O N E
  -----------
    S E V E N
```

(16)

```
          F I V E
          F I V E
          N I N E
+   E L E V E N
  ---------------
    T H I R T Y
```

一個極爲悲傷的故事，它發生在每一天。兩條謎題的意思是，在結冰的道路上，汽車雖然剎了車，卻依然滑著走；車禍即將發生！兩條數式中的字母代表相同的數字。

(17)

```
          I C Y
        R O A D
+         C A R
  -------------
      S K I D S
```

```
    C C C
+     N O
  -------
    C A R
```

下題是一個「雙倍正確」的加式，其正確不僅在於加法本身，還有「THREE」代表一個 3 的倍數，而「SEVEN」代表一個 7 的倍數。

(18)

```
      F O U R
        O N R
    T H R E E
    T H R E E
  -----------
  E L E V E N
```

(19)

```
      T E N
      T E N
    N I N E
  E I G H T
  T H R E E
  ---------
  F O R T Y
```

左式中，「FOUR」能被 4 整除，而右式中的「NINE」是一個完全平方數。

(20)

```
      E E R Y
  ×     O W L
  -----------
    * * * * *
  * * * * *
  * * * *
  -----------
  R R R R R R
```

(21)

```
              M A N
        -----------
  M A N | D I Z Z Y
          * * *
          -----
          * * D *
            * * R
            -----
            * * * Y
            * * * *
            -------
```

下面的兩條除式，「*」號可以代表任何數字。

(22)

```
                * 7 * * *
        -----------------
  * * * | * * * * * * * *
          * * * *
          -------
            * * *
            * * *
            -------
            * * * *
              * * *
            -------
                * * * *
                * * * *
                -------
                      5
                -------
```

(23)

```
                * * * *. * * * *
        ------------------------
  * * * | * * * * * *
          * * *
        -------
            * * *
            * * *
            -----
              * * *
              * * *
              -----
                * * *
                * * *
                -----
                  * * * *
                  * * * *
                  -------
```

最後，爲大家奉上 7 個 7 的問題。這題數算得上是文字數學登峰造極的作品，算式中的 7 個 7 在破解過程中都起著不可或缺的作用。同學請耐心地會一會經典的問題：

(24)

```
                              * * * 7 * * * * * *
                  -------------------------------
* *   * * 7 * * | * * * * * * 7 * * * * * * * * *
                  * * * * * * *
                  -------------
                  * * * * * * * *
                  * * * * * * * *
                  ---------------
                    * * * * * * * *
                      * * * * * * *
                    ---------------
                        * * * * * * *
                        * * * * * * *
                        -------------
                        * * * * * * 7 *
                          * * * 7 * * *
                        ---------------
                          * * * * * * * *
                          * * * * * * * *
                          ---------------
                            * * * * * * * *
                              * * * * * * *
                            ---------------
                                  * 7 * * * * *
                                  * * 7 * * * *
                                  -------------
                                    * * * * * * *
                                    * * * * * * *
```

答案：

(1)

```
      1 2 5
×       3 7
-----------
      8 7 5
    3 7 5
-----------
    4 6 2 5
```

(2)

```
       9 7 1 2
+      1 2 0 9
--------------
     1 0 9 2 1
```

(3)

```
         2 9
      -------
  2 9 | 8 4 1
        5 8
      -------
        2 6 1
        2 6 1
      -------
```

(4)

```
      8 4 2
+     1 4 2
-----------
      9 8 4
×         6
-----------
    5 9 0 4
```

(5)

$$\begin{array}{r} 17465 \\ +\ 57496 \\ \hline 75961 \end{array}$$

(6)

$$\begin{array}{r} 204 \\ \times\ \ 14 \\ \hline 816 \\ 204 \\ \hline 2856 \end{array}$$

(7)

$$\begin{array}{r} 127 \\ 87376 \\ +\ \ 87376 \\ \hline 174879 \end{array}$$

(8)

$$\begin{array}{r} 52 \\ 56 \overline{)\ 2912} \\ \underline{280} \\ 112 \\ \underline{112} \end{array}$$

(9)

$$\begin{array}{r} 502 \\ 414 \overline{)\ 207828} \\ \underline{2070} \\ 828 \\ \underline{828} \end{array}$$

(10)

$$\begin{array}{r} 7834 \\ -)\ \ 487 \\ \hline 3487 \end{array}$$

(11)

$$\begin{array}{r} 34 \\ 219 \overline{)\ 7446} \\ \underline{657} \\ 876 \\ \underline{876} \end{array}$$

(12)

$$\begin{array}{r} 18 \\ 502 \overline{)\ 9036} \\ \underline{502} \\ 4016 \\ \underline{4016} \end{array}$$

(13)

$$\begin{array}{r} 3784 \\ 7860 \\ +\ \ 98205 \\ \hline 109849 \end{array}$$

(14)

$$\begin{array}{r} 9567 \\ +\ \ 1085 \\ \hline 10652 \end{array}$$

(15)

$$\begin{array}{r} 23577 \\ 23577 \\ +\ \ \ 817 \\ \hline 47971 \end{array}$$

(16)

$$\begin{array}{r} 4027 \\ 4027 \\ 5057 \\ +\ 797275 \\ \hline 810386 \end{array}$$

(17)

```
        6 2 8
      9 7 5 4
+       2 5 9
-------------
    1 0 6 4 1
```

```
    2 2 2
+     3 7
---------
    2 5 9
```

(18)

```
        9 8 2 4
          8 7 1
      6 0 4 1 1
+     6 0 4 1 1
---------------
    1 3 1 5 1 7
```

(19)

```
        7 1 8
        7 1 8
      8 2 8 1
    1 2 3 4 7
+   7 4 0 1 1
-------------
    9 6 0 7 5
```

(20)

```
          3 3 6 7
×           1 9 8
-----------------
        2 6 9 3 6
      3 0 3 0 3
      3 3 6 7
-----------------
      6 6 6 6 6 6
```

(21)

```
              2 4 7
       ------------
2 4 7 | 6 1 0 0 9
        4 9 4
        -----
        1 1 6 0
          9 8 8
          -----
          1 7 2 9
          1 7 2 9
          -------
```

(22)

```
                  9 7 8 0 9
         ------------------
1  2  4 | 1 2 1 2 8 3 2 1
          1 1 1 6
          -------
              9 6 8
              8 6 8
              -----
              1 0 0 3
                9 9 2
              -------
                  1 1 2 9
                  1 1 1 6
                  -------
                        5
                  -------
```

(23)

```
                1 0 1 1. 1 0 0 8
         -----------------------
6  2  5 | 6 3 1 9 3 8
          6 2 5
          -----
                6 9 3
                6 2 5
                -----
                  6 8 8
                  6 2 5
                  -----
                    6 3 0
                    6 2 5
                    -----
                        5 0 0 0
                        5 0 0 0
                        -------
```

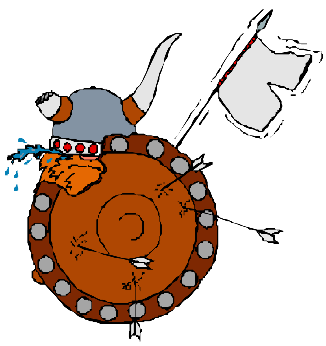
(24)

```
                      6 9 8 7 8 9 8 0 4 6
          ---------------------------------
1244733 | 8 6 9 8 0 6 7 2 9 8 4 9 1 7 1 8
          7 4 6 8 3 9 8
          -------------
          1 2 2 9 6 6 9 2
          1 1 2 0 2 5 9 7
          ---------------
            1 0 9 4 0 9 5 9
              9 9 5 7 8 6 4
            ---------------
                9 8 3 0 9 5 8
                8 7 1 3 1 3 1
                -------------
                1 1 1 7 8 2 7 4
                  9 9 5 7 8 6 4
                ---------------
                  1 2 2 0 4 1 0 9
                  1 1 2 0 2 5 9 7
                  ---------------
                    1 0 0 1 5 1 2 1
                      9 9 5 7 8 6 4
                    ---------------
                          5 7 2 5 7 7 1
                          4 9 7 8 9 3 2
                          -------------
                            7 4 6 8 3 9 8
                            7 4 6 8 3 9 8
                            -------------
```

參考書目

1. J.A.H.亨特，J.S.瑪達其著(1974)。張遠南，張昶譯(1998)。《數學娛樂問題》。中國：上海教育出版社。本校索書號：310.0583。ISBN：7-5320-5549-3/G.5791。

2. 吳鶴齡編著(2003)。《好玩的數學：娛樂數學經典名題》。北京：科學出版社。本校索書號：310.6071。ISBN：7-03-011627-5。



顧問老師：梁志明、黃萬安、黃偉智、楊振雄、袁仲強